



اداره آموزش و پرورش ناحیه ۳ اصفهان

بنیاد فرهنگی آموزش امام صادق (ع)

دبیرستان پسرانه

طراح: آقای سعیدی

نام خانوادگی: نام پدر:

نام پدر: کلاس: دوم رشته: ریاضی - تجربی

تاریخ امتحان: ۱۹، ۳، ۹۴. وقت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

امتحان درس: ریاضی

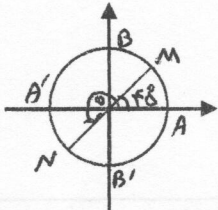
با عدد

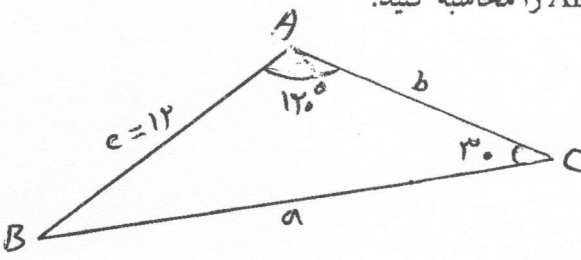
نمره

با حروف

امضا

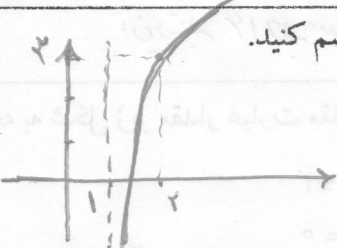
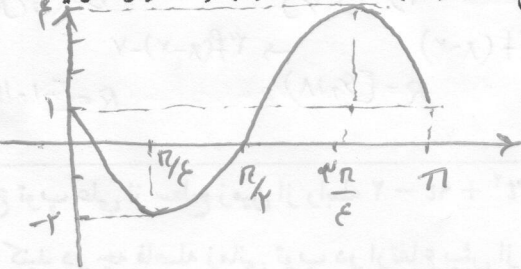
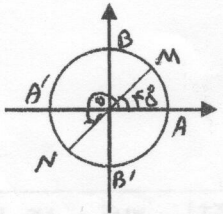
ردیف	سوالات	صفحه	بارم
۱	در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۱۵۰۶ و جمله سوم برابر ۱۳۰۶ می باشد. معین کنید این دنباله چند جمله مثبت دارد؟		۱
۲	با توجه به شکل زیر مقدار عبارت مقابل را بیابید. $A = \frac{f(-2) + 2f^{-1}(2) - f^2(1)}{f(f^{-1}(-1)) + f(2).f(3)}$	۱	۱
۳	ابتدا دامنه تابع $y = f(x) = 3 + \sqrt{x-1}$ را محاسبه و سپس ضابطه تابع معکوس آن را بدست آورید.	۰/۷۵	۰/۷۵
۴	هرگاه دامنه و برد تابع $f(x)$ به ترتیب $D_f = (-1, 4]$ و $R_f = [2, 6)$ باشد دامنه و برد تابع $y = 3f(x-2) - 7$ را بیابید.	۰/۷۵	۰/۷۵
۵	ارتفاع توپ علی از سطح زمین از رابطه $y = -3t^2 + 9t - 2$ (y بر حسب متر و t بر حسب ثانیه) بدست می آید. معین کنید در چه فاصله زمانی توپ در ارتفاع بیش از ۴ متر از سطح زمین قرار دارد؟	۱	۱
۶	در معادله $3^{3x+1} - 27^x = 54$ مقدار x کدام است؟	۰/۵	۰/۵
	الف) ۲ ب) ۳ ج) ۱ د) -۱		

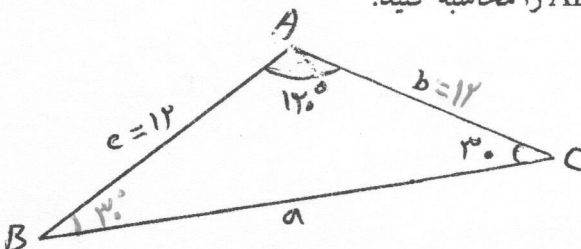
ردیف	سوالات	صفحه ۴	بارم
۷	مقدار عبارت مقابل را محاسبه کنید.		۱
	$B = 4 \log_5 \frac{5}{\sqrt{5}} + 3 \log_{27} \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \log_{\sqrt{2}}(0.008)$		
۸	معادله مقابل را حل کنید.		۱
	$\frac{3}{4} \log_3 x = 1 + 2 \log_9 x$		
۹	نمودار تابع $y = f(x) = \log_2(x-1) + 3$ را با محاسبه دامنه و مجانب قائم آن رسم کنید.		۱
۱۰	مقدار عبارت $c = 5 \cos^2\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{3}\right)$ کدام است ؟	الف) $\frac{4}{15}$ ب) $\frac{15}{4}$ ج) $-\frac{15}{4}$ د) $\frac{15}{4}$	۰/۷۵
۱۱	درستی تساوی زیر را اثبات کنید.	$\cos^2(\alpha - 121\pi) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \times \sin(2\pi - \alpha) - \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \cdot \cot\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = 2$	۱/۵
۱۲	با محاسبه دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم نمودار تابع $y = f(x) = -3 \sin(2x) + 1$ را در یک دوره تناوب رسم کنید.		۱/۵
۱۳	مختصات نقاط M و N را با توجه به شکل زیر بیابید.		۱

ردیف	سوالات	صفحه ۳	بارم
۱۴	در شکل زیر ابتدا پاره خط BC و سپس مساحت مثلث ABC را محاسبه کنید.		۱/۲۵
۱۵	معادلات ماتریسی زیر را حل کنید.	$1) 3 \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + 2A = I_2$ $2) \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	۱
۱۶	هرگاه $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس مربعی $B_{2 \times 2}$ برابر ۴- باشد دترمینان ماتریس $(AB)^{-1}$ کدام است؟ الف) ۸۰ ب) $\frac{1}{40}$ ج) $\frac{1}{80}$ د) $-\frac{1}{40}$		۰/۵
۱۷	دستگاه $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$ توسط ماتریس معکوس ضرایب دستگاه حل کنید.		۱/۵
۱۸	معادله $P(n, 5) = 12c(n, 3)$ را حل کنید.		۱
۱۹	از بین ۴ مرد و ۳ زن می خواهیم ۳ نفر را انتخاب کنیم. به چند طریق می توان حداقل ۲ مرد را انتخاب کرد.		۰/۷۵
۲۰	الف) با ارقام ۱، ۳، ۴، ۶، ۷ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت که ارقام ۷ و ۶ کنار هم نباشند. ب) با ارقام ۰، ۲، ۶، ۸، ۹ و بدون تکرار ارقام چند عدد زوج ۳ رقمی و کمتر از ۵۰۰ می توان نوشت؟		۱/۲۵

امتحان درس : بیاضی تاریخ امتحان : ۱۹، ۳، ۹۴ وقت آزمون : ۱۱۰ دقیقه

ردیف	سوال	پاسخ
۱	در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۱۵۰۶ و جمله سوم برابر ۱۳۰۶ می باشد. معین کنید این دنباله چند جمله مثبت دارد؟ $a_1 = 1506$ $a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow 1306 = 1506 + 2d \Rightarrow d = -100$ $a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 1506 + (n-1)(-100) > 0$ $1506 - 100(n-1) > 0 \Rightarrow 1606 > 100(n-1) \Rightarrow 16.06 > n-1 \Rightarrow n < 17.06 \Rightarrow n = 17$	۱
۲	با توجه به شکل زیر مقدار عبارت مقابل را بیابید. $A = \frac{f(-2) + 2f^{-1}(2) - f^2(1)}{f(f^{-1}(-1)) + f(2) \cdot f(3)}$ $f(-2) = -1$ $f(2) = 3$ $f(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(2) = 1$ $f(3) = 0$ $f(-2) = -1 \Rightarrow f^{-1}(-1) = -2$ $\rightarrow A = \frac{-1 + 2 \times 1 - 2^2}{-1 + 3 \times 0} = 3$ $\rightarrow f(f^{-1}(-1)) = -1$	۲
۳	ابتدا دامنه تابع $y = f(x) = 3 + \sqrt{x-1}$ را محاسبه و سپس ضابطه تابع معکوس آن را بدست آورید. $x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_f = [1, +\infty)$ $y = 3 + \sqrt{x-1} \rightarrow y-3 = \sqrt{x-1} \rightarrow (y-3)^2 = x-1 \rightarrow y^2 - 6y + 9 = x-1$ $\rightarrow x = y^2 - 6y + 10 \rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 6x + 10$	۳
۴	هرگاه دامنه و برد تابع $f(x)$ به ترتیب $D_f = (-1, 4]$ و $R_f = [2, 6]$ باشد دامنه و برد تابع $y = 3f(x-2) - 7$ را بیابید. $D = (-1, 4]$ $D = (1, 6]$ $D = (1, 6]$ $D = (1, 6]$ بیابید. $f(x)$ $\rightarrow f(x-2)$ $\rightarrow 3f(x-2)$ $\rightarrow 3f(x-2) - 7$ $R = [2, 6]$ $R = [2, 6]$ $R = [6, 18]$ $R = [-1, 11)$	۴
۵	ارتفاع توپ علی از سطح زمین از رابطه $y = -3t^2 + 9t - 2$ (y بر حسب متر و t بر حسب ثانیه) بدست می آید. معین کنید در چه فاصله زمانی توپ در ارتفاع بیش از ۴ متر از سطح زمین قرار دارد؟ $-3t^2 + 9t - 2 > 4 \rightarrow -3t^2 + 9t - 6 > 0 \rightarrow t^2 - 3t + 2 < 0$ $\rightarrow (t-1)(t-2) < 0 \rightarrow 1 < t < 2$ بنابراین در فاصله زمانی ۱ تا ۲ ثانیه توپ در ارتفاع بیش از ۴ متر قرار دارد.	۵
۶	در معادله $3^{3x+1} - 27^x = 54$ مقدار x کدام است؟ $3^{3x+1} - 3^{3x} = 54 \rightarrow 3^{3x} \cdot 3 - 3^{3x} = 54 \rightarrow 3^{3x} \cdot 2 = 54 \rightarrow 3^{3x} = 27 \rightarrow 3^{3x} = 3^3 \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1$	۶

ردیف	سوالات	پاسخ	بارم
۷	مقدار عبارت مقابل را محاسبه کنید.	$B = 4 \log_{\frac{5}{8}\sqrt{5}} + 3 \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \log_{\sqrt{2}}(0.108)$ $3 \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3 \times \frac{1}{2} \times (-2) \log_2 3 = -3$ $4 \log_{\frac{5}{8}\sqrt{5}} = 4 \log_{5^{-1}} 5^{\frac{1}{2}} = -4 \times \frac{1}{2} \log_5 5 = -2$ $\log_{\sqrt{2}}(0.108) = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{10} = -2$ $\rightarrow B = -2 - 3 - 2 = -7$	۱
۸	معادله مقابل را حل کنید.	$\frac{3}{2} \log_2 x = 1 + 2 \log_2 x$ $\log_2 x = \log_2 3 + 2 \times \frac{1}{2} \log_2 x \rightarrow \log_2 x = \log_2 3x$ $\rightarrow x^{\frac{3}{2}} = 3x \rightarrow \sqrt{x} = 3 \rightarrow x = 9$ $x \neq 0$	۱
۹	نمودار تابع $y = f(x) = \log_2(x-1) + 3$ را با محاسبه دامنه و مجانب قائم آن رسم کنید.		۱
۱۰	مقدار عبارت $c = 5 \cos^2\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{4}$ کدام است؟	(الف) $\frac{4}{15}$ (ب) $\frac{15}{2}$ (ج) $-\frac{15}{4}$ (د) $\frac{15}{4}$	۰.۷۵
۱۱	درستی تساوی زیر را اثبات کنید.	$\cos^2(\alpha - 121\pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \times \sin(2\pi - \alpha) - \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = 2$ $\left. \begin{aligned} \cos^2(\alpha - 121\pi) &= \cos^2(\alpha - \pi) = \cos^2(\pi - \alpha) = \cos^2 \alpha \\ -\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= -\sin \alpha \\ \sin(2\pi - \alpha) &= -\sin \alpha \\ -\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\cot \alpha \\ \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) &= \cot(\pi - \frac{\pi}{2} - \alpha) = -\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha \end{aligned} \right\} \rightarrow \sin^2 \alpha$ $\text{چون } 1 + 1 = 2$	۱/۵
۱۲	با محاسبه دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم نمودار تابع $y = f(x) = -3 \sin(2x) + 1$ را در یک دوره تناوب رسم کنید.	$T = \frac{2\pi}{ a } = \frac{2\pi}{2} = \pi$ دوره تناوب $\text{Max, Min} = a = -3 \rightarrow \begin{cases} \text{Max} = 3 + 1 = 4 \\ \text{Min} = -3 + 1 = -2 \end{cases}$ 	۱/۵
۱۳	مختصات نقاط M و N را با توجه به شکل زیر بیابید.	 $\begin{aligned} M \mid \begin{cases} x = r \cos \alpha \\ y = r \sin \alpha \end{cases} &\rightarrow M \mid \begin{cases} r \cos \theta \\ r \sin \theta \end{cases} \\ N \mid \begin{cases} x' = r \cos \theta \\ y' = r \sin \theta \end{cases} &\rightarrow N \mid \begin{cases} -r \cos \theta \\ -r \sin \theta \end{cases} \end{aligned}$	۱

ردیف	سوالات	صفحه ۳	بارم
۱۴	در شکل زیر ابتدا پاره خط BC و سپس مساحت مثلث ABC را محاسبه کنید. $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \rightarrow \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{12}{\frac{1}{2}} \rightarrow a = 12\sqrt{3}$ $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$ $\rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times 12 \times 12\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 36\sqrt{3}$		۱/۲۵
۱۵	معادلات ماتریسی زیر را حل کنید. $1) 3 \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + 2A = I_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 9 & -6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 2A \rightarrow \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = 2A \rightarrow A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3/2 & 1 \end{bmatrix}$ $2) \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\rightarrow \begin{cases} -6a + b = 1 \\ a + 2b = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6a + b = 1 \\ a + 6 + b = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6a + b = 1 \\ a + b = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6a + b = 1 \\ -5a = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6a + b = 1 \\ a = 6/5 \end{cases}$ $\rightarrow b = -5 + 6/5 = -19/5$ $ (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} = B^{-1} A^{-1} = \frac{1}{ B } \times \frac{1}{ A } = \frac{1}{1/4} \times \frac{1}{1/4} = 16$		۱
۱۶	هرگاه $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس مربعی $B_{2 \times 2}$ برابر ۴- باشد دترمینان ماتریس $(AB)^{-1}$ کدام است؟ الف) ۸۰ ب) $\frac{1}{40}$ ج) $\frac{1}{80}$ د) $-\frac{1}{40}$		۰/۵
۱۷	دستگاه $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$ توسط ماتریس معکوس ضرایب دستگاه حل کنید. $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ $AX = B \rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \rightarrow X = A^{-1}B$ $A^{-1} = \frac{1}{ A } \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/5 & 1/5 \\ -1/5 & 3/5 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1}B = \begin{bmatrix} 2/5 & 1/5 \\ -1/5 & 3/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$		۱/۵
۱۸	معادله $P(n, 5) = 12C(n, 3)$ را حل کنید. $\frac{n!}{(n-5)!} = 12 \times \frac{n!}{3! \times (n-3)!} \Rightarrow \frac{1}{(n-5)!} = \frac{2}{(n-3)!}$ $\rightarrow 2(n-5)! = (n-3)(n-4)(n-5)! \rightarrow (n-3)(n-4) = 2 \rightarrow n^2 - 7n + 12 = 2 \rightarrow n^2 - 7n + 10 = 0 \rightarrow (n-2)(n-5) = 0 \rightarrow n = 2 \text{ و } n = 5$		۱
۱۹	از بین ۴ مرد و ۳ زن می خواهیم ۳ نفر را انتخاب کنیم. به چند طریق می توان حداقل ۲ مرد را انتخاب کرد. $\binom{4}{2} \binom{3}{1} + \binom{4}{1} \binom{3}{2} = 22$		۰/۷۵
۲۰	الف) با ارقام ۱، ۳، ۴، ۶، ۷ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت که ارقام ۷ و ۶ کنار هم نباشند. ب) با ارقام ۰، ۲، ۶، ۸، ۹ و بدون تکرار ارقام چند عدد زوج ۳ رقمی و کمتر از ۵۰۰ می توان نوشت؟ الف) کل صواب ۱۲۰ = ۵! و در ۶ و ۷ که هم پشته ۴۸ = ۴! × ۲! × ۳! پس جواب نهایی ۱۲۰ - ۴۸ = ۷۲ ب) در رقم صدگان فقط می توانیم عدد ۲ بگذاریم پس داریم $1 \times 3 \times 3 = 9$		۱/۲۵