



Singapore and Asian Schools Math Olympiad 2019

SASMO 2019, Secondary 4/ Grade 10 Contest: S4 (G10)

المپیاد ریاضی مدارس آسیایی ۲۰۱۹، پایه دهم

مؤسسه نوآور اردوش، ۲۳ فروردین ۱۳۹۸



NAME:

نام و نام خانوادگی

شماره داوطلبی

Index Number:

SCHOOL:

نام مدرسه

نکات مهم:

- زمان آزمون: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه می باشد.
- همراه داشتن و استفاده از ماشین حساب و تلفن همراه و هر نوع وسیله الکترونیکی مجاز نمی باشد.
- تعداد سؤالات ۲۵ عدد می باشد و از دو بخش تستی (پنج گزینه ای) و تشریحی (ذکر جواب آخر بصورت یک عدد چهار رقمی بدون روش حل) تشکیل شده است.
- در بخش اول (تستی): از سوالات ۱ الی ۱۵ هر جواب صحیح ۲ امتیاز مثبت، جواب اشتباه ۱ امتیاز منفی و بدون جواب صفر امتیاز دارد.
- در بخش دوم (تشریحی): از سوالات ۱۶ الی ۲۵ هر جواب صحیح ۴ امتیاز مثبت، جواب اشتباه و بدون جواب صفر امتیاز دارد. جواب های سوالات ۱۶ الی ۲۵ بصورت یک عدد چهار رقمی است. برای مثال، جواب ۱۷ بصورت 0017 نوشته شود.
- جواب ها باید در برگه پاسخ نامه با مداد مشکی $2B$ نوشته شوند. نام و نام خانوادگی، نام مدرسه و شماره داوطلب باید روی هر دو برگه پرسش نامه و پاسخ نامه به انگلیسی نوشته شود.

بخش اول

هر جواب صحیح، ۲ امتیاز | جواب خالی، صفر امتیاز | جواب غلط، ۱ امتیاز منفی

Question 1

مسئله ۱: یک چهارم ۱۶° مساوی است با

A. ۴°

B. ۱۶°

C. ۴۷۹

D. ۴۴۱

E. هیچکدام

Question 2

مسئله ۲: از محاسبات زیر نتیجه می شود $\pi > ۲۰۱۹$.

(۱) فرض کنید $x = \pi = ۳,۱۴۱۵۹\dots$

(۲) $\frac{۲x + ۳۸}{x - ۱۰۰۰} < ۴$

(۳) $۲x + ۳۸ < ۴(x - ۱۰۰۰) = ۴x - ۴۰۰۰$

(۴) $۲x > ۴۰۳۸ \Rightarrow x > ۲۰۱۹$

(۵) بنابراین، $\pi > ۲۰۱۹$

در کدام یک از مراحل اثبات اولین بار اشتباه رخ داده است؟

A. (۱) به (۲)

B. (۲) به (۳)

C. (۳) به (۴)

D. (۴) به (۵)

E. هیچکدام



Question 3

مسئله ۳: ممان اینرسی مقدار تمایل یک جسم به مقاومت در برابر شتاب دورانی است. ممان اینرسی (I) یک کره توخالی دوار حول محور گذرنده از مرکز $I = \frac{2}{3}mr^2$ است، که در آن m جرم و r شعاع آن است. اگر ممان اینرسی کره توخالی نصف و جرم دو برابر شود، برای شعاع چه اتفاقی می افتد؟

A. نصف

B. دو برابر

C. یک چهارم

D. یک هشتم

E. هیچکدام

Question 4

مسئله ۴: کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

A. $\tan \theta > 0$ برای $0^\circ < \theta < 90^\circ$

B. $\sin \theta < 0$ برای $270^\circ < \theta < 360^\circ$

C. $\cos \theta > \sin \theta$ برای $0^\circ < \theta < 90^\circ$

D. $\cos \theta < 0$ برای $90^\circ < \theta < 180^\circ$

E. هیچکدام



Question 5

مسئله ۵: چند عدد اول x در نامساوی زیر صدق می‌کند؟

$$\frac{x + 15}{2} \geq \frac{3x - 7}{4} + 1 > 5\frac{1}{2}$$

A. ۲۵

B. ۷

C. ۸

D. ۱۲

E. هیچکدام

Question 6

مسئله ۶: فرض کنید m عدد صحیح مثبت باشد به طوری که دنباله زیر یک تصاعد حسابی است. تعداد جملات این دنباله چقدر است؟

$$\{6, 13, 20, 27, \dots, m + 7\}$$

A. $\frac{m + 8}{7}$ B. $\frac{m + 1}{7}$ C. $m + 1$ D. $\frac{m + 7}{7}$

E. هیچکدام



Question 7

مسئله ۷: باقیمانده عدد صحیح مثبت n بر ۵ برابر ۳ است. کدام یک از اعداد زیر بر ۵ بخشپذیر است.

A. $n + ۳$

B. $n - ۲$

C. $۵n + ۳$

D. $۵n + ۲$

E. $۲n + ۴$

Question 8

مسئله ۸: مقدار $\sqrt{۱۸} + \sqrt{۲۷}$ بین دو عدد صحیح مثبت متوالی است. این دو عدد صحیح کدام است؟

A. ۹ و ۱۰

B. ۸ و ۹

C. ۱۰ و ۱۱

D. ۷ و ۸

E. هیچکدام



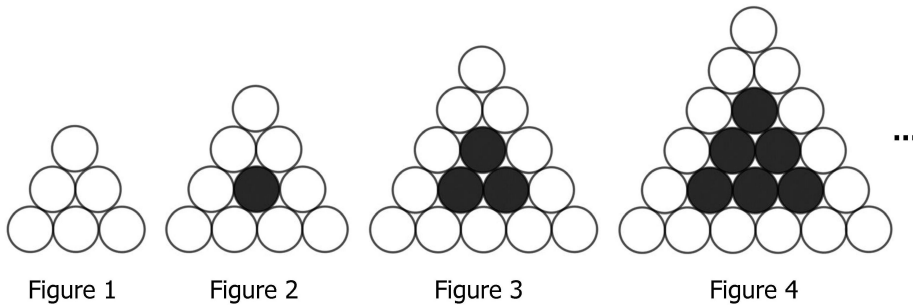
Question 11

مسئله ۱۱: باقیمانده تقسیم $19^5 - 19$ بر ۳۰ را پیدا کنید.

- .A ۰
- .B ۱
- .C ۹
- .D ۱۸
- .E هیچکدام

Question 12

مسئله ۱۲: در کدام شکل تعداد دایره‌های سیاه در شکل ۱۱۱ واحد بیشتر از تعداد دایره‌های سفید در آن شکل خواهد بود؟



- .A شکل ۱۸
- .B شکل ۱۹
- .C شکل ۲۰
- .D شکل ۱۲
- .E هیچکدام

Question 13

مسئله ۱۳: آخرین رقم عبارت $۵۴۹^{۱۲۳} \times ۵۴۹^{۱۲۳}$ کدام است؟

A. ۱

B. ۹

C. ۳

D. ۶

E. هیچکدام

Question 14

مسئله ۱۴: ۲۰۱۹ امین رقم اعشار صورت اعشاری $\frac{۲۰۱۹}{۷}$ کدام است؟

A. ۵

B. ۸

C. ۷

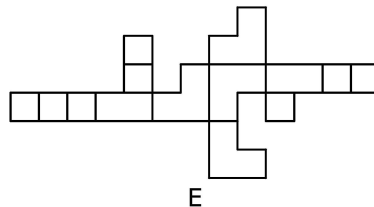
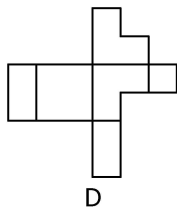
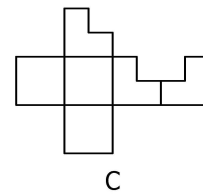
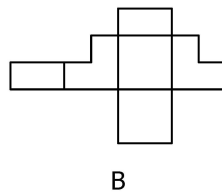
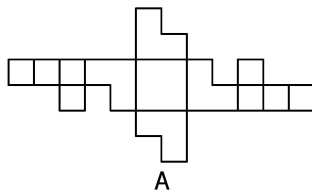
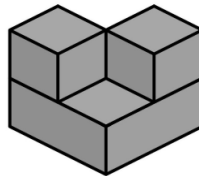
D. ۱

E. هیچکدام



Question 15

مسئله ۱۵: کدام یک از شبکه‌های زیر را می‌توان با تا زدن به شکل زیر درآورد؟



بخش دوم

هر جواب صحیح، ۴ امتیاز | جواب خالی یا غلط، صفر امتیاز

جواب‌های سوالات ۱۶ الی ۲۵ بصورت یک عدد چهاررقمی است. برای مثال، جواب ۱۷ بصورت 0017 نوشته شود.

Question 16

مسئله ۱۶: عدد $A = 20192019 \dots 2019$ از تکرار n بار ۲۰۱۹ کنار هم تشکیل شده است. کمترین مقدار ممکن مثبت موجود برای n را پیدا کنید به طوری که A بر ۹ بخشپذیر باشد.

Question 17

مسئله ۱۷: پنج عدد صحیح مثبت با شرایط زیر موجود هستند.

- میانگین ۵ عدد، برابر با ۸۶ است.
 - میانه آنها ۹۹ است.
 - بزرگترین عدد ۱۲ واحد بیشتر از ۲۰ برابر کوچکترین عدد است.
- بیشترین مقدار ممکن برای بزرگترین عدد را پیدا کنید.

Question 18

مسئله ۱۸: چند عدد چهار رقمی مربع کامل با دو ۹ شروع می‌شود؟

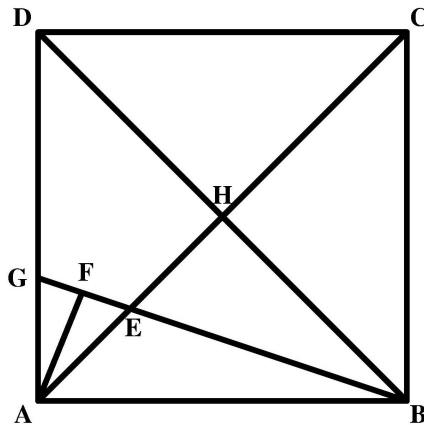


Question 19

مسئله ۱۹: تعداد ارقام عدد $۳^۳ \times ۸^{۱۴} \times ۲۵^{۱۸}$ چند تا است؟

Question 20

مسئله ۲۰: با توجه به شکل، $ABCD$ یک مربع است و H نقطه‌ی تقاطع قطرهای آن است. نقاط E ، F و G روی یک راستا هستند به طوری که نقطه G روی ضلع AD و نقطه‌ی E روی قطر AC قرار دارد و AF نیمساز $\angle CAD$ و $\angle AFB = 90^\circ$ است. اگر $EH = ۱۳\sqrt{۲}$ باشد، طول AG را پیدا کنید.



Question 21

مسئله ۲۱: مجموع همه مقادیر حقیقی ممکن n را پیدا کنید که در رابطه‌ی زیر صدق کنند.

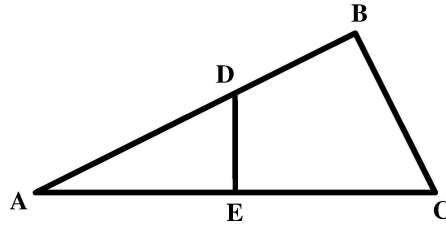
$$|n^2 + 21 - 10n| = |63 - 2n - n^2|$$

Question 22

مسئله ۲۲: یک عدد چهار رقمی مربع کامل مانند $۳۷۱n + ۲۵$ داده شده است که n یک عدد صحیح مثبت است. مقدار n را بیابید.

Question 23

مسئله ۲۳: در شکل زیر، ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است که $AB = ۱۵$ و $BC = ۸$. نقطه‌ی D روی ضلع AB است به طوری که $DB = ۶$. نقطه‌ی E روی وتر AC است و DE عمود بر AC است. طول BE را پیدا کنید. (جوابتان را به نزدیکترین عدد صحیح گرد کنید.)



Question 24

مسئله ۲۴: به چند روش می‌توان شبکه 4×4 زیر را فقط با ۰ یا ۱ پر کرد به طوری که مجموع اعداد هر سطر و هر ستون زوج باشد؟

Question 25

مسئله ۲۵: در عبارت زیر، تمام حرف‌ها نشان دهنده یک رقم متمایز هستند. با فرض $M = 4$ ، مقدار $S + A + S + M + O$ را پیدا کنید؟

$$\begin{array}{r}
 \text{C O O L} \\
 + \quad \text{M A T H} \\
 \hline
 \text{S A S M O} \\
 \hline
 \end{array}$$

«موفق باشید»

