



Singapore and Asian Schools Math Olympiad 2019

SASMO 2019, Secondary 3/ Grade 9 Contest: S3 (G9)

المپیاد ریاضی مدارس آسیایی ۲۰۱۹، پایه نهم

مؤسسه نوآور اردوش، ۲۳ فروردین ۱۳۹۸



NAME:

نام و نام خانوادگی

شماره داوطلبی

Index Number:

SCHOOL:

نام مدرسه

نکات مهم:

- زمان آزمون: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه می باشد.
- همراه داشتن و استفاده از ماشین حساب و تلفن همراه و هر نوع وسیله الکترونیکی مجاز نمی باشد.
- تعداد سؤالات ۲۵ عدد می باشد و از دو بخش تستی (پنج گزینه ای) و تشریحی (ذکر جواب آخر بصورت یک عدد چهار رقمی بدون روش حل) تشکیل شده است.
- در بخش اول (تستی): از سوالات ۱ الی ۱۵ هر جواب صحیح ۲ امتیاز مثبت، جواب اشتباه ۱ امتیاز منفی و بدون جواب صفر امتیاز دارد.
- در بخش دوم (تشریحی): از سوالات ۱۶ الی ۲۵ هر جواب صحیح ۴ امتیاز مثبت، جواب اشتباه و بدون جواب صفر امتیاز دارد. جواب های سوالات ۱۶ الی ۲۵ بصورت یک عدد چهار رقمی است. برای مثال اگر جواب ۱۷ باشد بصورت 0017 باید نوشته شود.
- جواب ها باید در برگه پاسخ نامه با مداد مشکی $2B$ نوشته شوند. نام و نام خانوادگی، نام مدرسه و شماره داوطلب باید روی هر دو برگه پرسش نامه و پاسخ نامه به انگلیسی نوشته شود.

بخش اول

هر جواب صحیح، ۲ امتیاز | جواب خالی، صفر امتیاز | جواب غلط، ۱ امتیاز منفی

Question 1

مسئله ۱: عبارت زیر را حساب کنید.

$$-\frac{1}{4} \times 2019.625 - 0.625 + 0.75 \times 2019.625 + \frac{1}{4} \times 2019.625$$

.A 2019

.B 2019.625

.C 2020

.D -2019

.E هیچکدام

Question 2

مسئله ۲: فرض کنید x عدد صحیح مثبتی است که عامل‌های اول آن فقط ۵ و ۱۱ است. اگر x دقیقاً ۶

عامل صحیح مثبت متمایز داشته باشد، کوچکترین مقدار x کدام است؟

.A 110

.B 605

.C 165

.D 275

.E هیچکدام



Question 3

مسئله ۳: فرض کنید $3 \leq y + 3 \leq -11$ و $0 < x < 8$ باشد. بزرگترین مقدار ممکن برای xy کدام است؟

A. ۱۱۲

B. ۲۴

C. ۰

D. ۹۸

E. هیچکدام

Question 4

مسئله ۴: کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

A. $\sqrt{81} = \pm 9$

B. $(x^{12})^{18} = x^{30}$

C. $5x^{-1} = \frac{1}{5x}$

D. $-\frac{2(-x+1)(x+1)}{32} = \frac{1-x^2}{-2^4}$

E. هیچکدام



Question 5

مسئله ۵: فرض کنید A, M, N, P, S و W اعداد حقیقی هستند به طوری که

$$M = S^1 \times W^2 \times A^3 \times P^4$$

$$N = P^1 \times A^2 \times W^3 \times S^4$$

فرض کنید $\sqrt[15]{1331} = P \times S \times A \times W$. مقدار $M \times N$ کدام است؟

A. ۱۱

B. ۲۱

C. ۱۳۳۱

D. اطلاعات مسئله کافی نیست

E. هیچکدام

Question 6

مسئله ۶: کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد شیب صحیح نیست؟

A. اگر یک خط افقی باشد، آنگاه شیب آن صفر است.

B. اگر یک خط یک شیب منفی و یک خط دیگر شیب مثبت داشته باشد، آنگاه این دو خط دقیقاً در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.

C. هر خط با شیب ۱، زاویه 45° با محور x ها تشکیل می‌دهد.

D. اگر m_1 و m_2 شیب‌های دو خط باشند به طوری که $m_1 = -m_2$ ، آنگاه این دو خط موازی هستند.

E. هیچکدام



Question 7

مسئله ۷: با فرض اینکه لیست زیر دارای مد (عددی که بیشترین فراوانی را دارد) است. بیشترین اختلاف بین میانه و مد چند است؟

$$\{19, X, 13, 11, 23, 17\}$$

۴ .A

۵ .B

۶ .C

۱۲ .D

هیچکدام .E

Question 8

مسئله ۸: کدام یک از کسره‌های زیر بزرگتر است؟

$$\frac{654321}{654322} \text{ .A}$$

$$\frac{65432}{65433} \text{ .B}$$

$$\frac{6543}{6544} \text{ .C}$$

$$\frac{654}{655} \text{ .D}$$

$$\frac{65}{66} \text{ .E}$$



Question 9

مسئله ۹: یک عدد صحیح مثبت ۶ رقمی که شامل رقم ۸ است، بر ۹ بخشپذیر است. با فرض اینکه همه‌ی رقم‌های آن متمایز هستند، کمترین مقدار ممکن برای مجموع رقم‌های این عدد صحیح کدام است؟

A. ۹

B. ۱۹

C. ۲۷

D. ۳۶

E. هیچکدام

Question 10

مسئله ۱۰: اگر $A = 10^{2019} - 2019$ ، چند تا از رقم‌های A فرد است؟

A. ۲۰۱۵

B. ۲۰۱۶

C. ۲۰۱۷

D. ۲۰۱۸

E. هیچکدام



Question 11

مسئله ۱۱: مدرسه‌ای ۱۷۰ دانش‌آموز دارد. یک نظرسنجی درباره‌ی اوقات فراغت آنها نشان می‌دهد که:

• ۷۹ دانش‌آموز کیمیاگری، ۷۵ دانش‌آموز اوریگامی و ۳۴ دانش‌آموز شعبده‌بازی دوست دارند.

• ۳۲ دانش‌آموز هم کیمیاگری و هم اوریگامی دوست دارند.

• ۲۴ دانش‌آموز هم کیمیاگری و هم شعبده‌بازی دوست دارند.

• ۱۳ دانش‌آموز هم کیمیاگری و هم اوریگامی و هم شعبده‌بازی دوست دارند.

• ۴۵ دانش‌آموز اوقات فراغتی غیر از کیمیاگری و اوریگامی و شعبده‌بازی دارند.

چه تعداد از دانش‌آموزان مدرسه شعبده‌بازی و اوریگامی را دوست دارند ولی کیمیاگری را دوست ندارند؟

A. ۲۰

B. ۷

C. ۴۶

D. ۹۶

E. هیچکدام



Question 12

مسئله ۱۲: در یک مهمانی، ۱۲ نفر ۱۲ عدد صحیح مثبت متمایز گرفته‌اند. میزبان از هر ۱۲ نفر خواسته تا سرنخی در مورد اعدادشان بدهند.
 نفر اول: عدد من بزرگتر از ۱ است.
 نفر دوم: عدد من بزرگتر از ۲ است.
 نفر سوم: عدد من بزرگتر از ۳ است.
 :

نفر دوازدهم: عدد من بزرگتر از ۱۲ است.

سپس میزبان برای بار دیگر از آنها توضیح خواست و پاسخ‌های آنها به طور تصادفی به شرح زیر بود:
 عدد من کمتر از ۱ است.
 عدد من کمتر از ۲ است.
 عدد من کمتر از ۳ است.
 :

نفر دوازدهم: عدد من کمتر از ۱۲ است.

هر شخص در این مهمانی یا یک راستگو است (کسی که همیشه حقیقت را می‌گوید) یا یک دروغگو است (کسی که همیشه دروغ می‌گوید). به جز میزبان، بیشترین تعداد ممکن راستگویان از بین این ۱۲ نفر کدام است؟

A. ۱۱

B. ۱۰

C. ۸

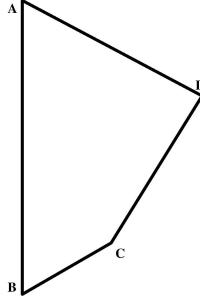
D. ۶

E. هیچکدام



Question 13

مسئله ۱۳: در شکل زیر، $ABCD$ یک چهارضلعی است که $\angle ABC = \angle BAD = 60^\circ$ و $\angle DAC = \angle DBA$. اگر $AD = 13$ و $BC = 7$ باشد، طول AB را پیدا کنید.



A. ۲۰

B. ۱۸

C. $18\sqrt{3}$

D. اطلاعات مسئله کافی نیست.

E. هیچکدام

Question 14

مسئله ۱۴: دو تقویم مشابه هستند اگر همه تاریخ‌های آنها مربوط به روزهای یکسانی باشند. تقویم سال ۲۰۱۹ با کدام سال مشابه است. (سال‌های ۲۰۱۶، ۲۰۱۲، ۲۰۰۸، و ۲۰۰۴ سال کبیسه هستند.)

A. ۲۰۲۶

B. ۲۰۳۰

C. ۲۰۳۳

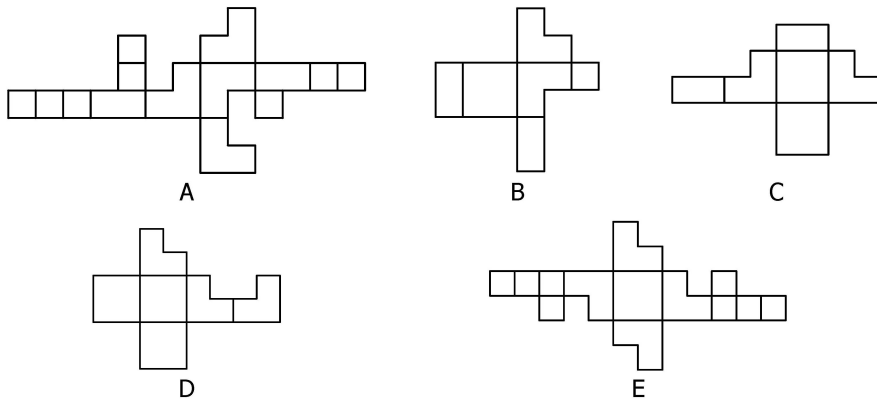
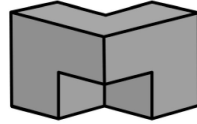
D. ۲۰۲۴

E. ۲۰۲۸



Question 15

مسئله ۱۵: کدام یک از شبکه‌های زیر را می‌توان با تا کردن به شکل زیر درآورد؟



بخش دوم

هر جواب صحیح، ۴ امتیاز | جواب خالی یا غلط، صفر امتیاز

جواب‌های سوالات ۱۶ الی ۲۵ بصورت یک عدد چهاررقمی است. برای مثال، جواب ۱۷ بصورت 0017 نوشته شود.

Question 16

مسئله ۱۶:

در ریاضیات، حاصل ضرب n عدد صحیح متوالی شروع شده از ۱ را با $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ نشان می‌دهند. برای مثال $2! = 1 \times 2$ و $7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$. باقیمانده تقسیم $2018! + 2018$ بر 2019 چقدر است؟



Question 17

مسئله ۱۷: چند عدد صحیح مثبت دو رقمی وجود دارد به طوری که حاصلضرب رقم‌های یکان و دهگان آن عددی فرد باشد؟

Question 18

مسئله ۱۸: حاصلضرب سه عدد صحیح متوالی یک عدد چهار رقمی است که با رقم ۴ شروع شده و با رقم ۶ پایان می‌یابد. مجموع این سه عدد صحیح متوالی چیست؟

Question 19

مسئله ۱۹: در عبارت زیر، b یک رقم است و \overline{bbbbb} یک عدد ۵ رقمی و \overline{bb} یک عدد ۲ رقمی است. مقدار عددی عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت پیدا کنید.

$$\frac{(b+b) \times (\overline{bbbbb} - b) - b \times \overline{bb}}{b \times \overline{bb}}$$

Question 20

مسئله ۲۰: مقدار عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{1 - \left(\frac{1}{2019}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2019}\right)^2} + \frac{1 - \left(\frac{1}{2018}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2018}\right)^2} + \dots + \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{1 - 1^2}{1 + 1^2} + \frac{1 - 2^2}{1 + 2^2} + \dots + \frac{1 - 2019^2}{1 + 2019^2}$$



Question 21

مسئله ۲۱: عدد X یک عدد مرکب با ارقام متمایز و حاصلضرب ارقام آن ۵۰۴ است. بیشترین مقدار ممکن برای $\frac{X}{10}$ کدام است؟ (جواب خود را به نزدیکترین عدد صحیح گرد کنید.)

Question 22

مسئله ۲۲: در شکل زیر، $ABCD$ یک مستطیل است که $AB = ۲۵$ و $AD = ۱۰۴$. نقطه‌ی E داخل مستطیل طوری انتخاب می‌کنیم که $DE = ۳۰$ و $CE = ۲۵$. طول AE را پیدا کنید.



Question 23

مسئله ۲۳: به چند روش می‌توان اعداد صحیح ۱ الی ۱۵ را در یک سطر مرتب کرد به طوری که حاصل جمع هر دو عدد همسایه یک مربع کامل باشد؟

Question 24

مسئله ۲۴: در معادله زیر، x و y اعداد صحیح مثبت هستند. بیشترین مقدار ممکن برای $x + y$ کدام است؟

$$(x^y + y)(x + y^x) = (x + y)^3$$

Question 25

مسئله ۲۵: در عبارت زیر، تمام حرف‌ها نشان دهنده یک رقم متمایز هستند. با فرض $M = 7$ ، مقدار $S + A + S + M + O$ را پیدا کنید؟

$$\begin{array}{r} \text{C O O L} \\ + \quad \text{M A T H} \\ \hline \text{S A S M O} \\ \hline \end{array}$$

«موفق باشید»

